

# Grundlagen der Theoretischen Informatik

## 3. Endliche Automaten

27.04.2016

Viorica Sofronie-Stokkermans

e-mail: [sofronie@uni-koblenz.de](mailto:sofronie@uni-koblenz.de)

# Bis jetzt

---

1. Motivation
2. Terminologie
3. Endliche Automaten und reguläre Sprachen
4. Kellerautomaten und kontextfreie Sprachen
5. Turingmaschinen und rekursiv aufzählbare Sprachen
6. Berechenbarkeit, (Un-)Entscheidbarkeit
7. Komplexitätsklassen P und NP

# Jetzt

---

1. Motivation
2. Terminologie
3. Endliche Automaten und reguläre Sprachen
4. Kellerautomaten und kontextfreie Sprachen
5. Turingmaschinen und rekursiv aufzählbare Sprachen
6. Berechenbarkeit, (Un-)Entscheidbarkeit
7. Komplexitätsklassen P und NP

# 3. Endliche Automaten

---

# 3. Endliche Automaten

---

## Inhalt von Teil 3

- Vereinfachtes Modell eines Computers: **endlicher Automat**
- 
- 
- 
- 
-

# 3. Endliche Automaten

---

## Inhalt von Teil 3

- Vereinfachtes Modell eines Computers: **endlicher Automat**
- Die von endlichen Automaten erkannten **“rationalen”** Sprachen sind genau die Typ-3-Sprachen (**rechtslinear, regulär**)
- 
- 
- 
-

# 3. Endliche Automaten

---

## Inhalt von Teil 3

- Vereinfachtes Modell eines Computers: **endlicher Automat**
- Die von endlichen Automaten erkannten **“rationalen”** Sprachen sind genau die Typ-3-Sprachen (**rechtslinear, regulär**)
- **Determinierte** und **indeterminierte** endliche Automaten sind äquivalent
- **Pumping Lemma** erlaubt, eine Sprache als nicht rational nachzuweisen.
- Es gibt Algorithmen, die **Probleme über endlichen Automaten** bzw. Typ-3-Sprachen lösen.
- Typ-3-Sprachen sind genau die, die durch **reguläre Ausdrücke** beschrieben werden können.

# 3. Endliche Automaten

---

- Determinierte endliche Automaten (DEAs)
- Indeterminierte endliche Automaten (NDEAs)
- Automaten mit epsilon-Kanten
- Endliche Automaten akzeptieren genau die Typ-3-Sprachen
- Pumping Lemma
- Abschlusseigenschaften und Wortprobleme
- Rational = Reguläre Ausdrücke



# 3. Endliche Automaten

---

- **Determinierte endliche Automaten (DEAs)**
- Indeterminierte endliche Automaten (NDEAs)
- Automaten mit epsilon-Kanten
- Endliche Automaten akzeptieren genau die Typ-3-Sprachen
- Pumping Lemma
- Abschlusseigenschaften und Wortprobleme
- Rational = Reguläre Ausdrücke

# Determinierte endliche Automaten (DEAs)

---

# Beispiel

---

**Beispiel 1.** Die Sprache

$$L = \{aa\}\{ab\}^*\{c\}$$

ist regulär.

# Beispiel

---

**Beispiel 1.** Die Sprache

$$L = \{aa\}\{ab\}^*\{c\}$$

ist **regulär**.

Denn sie wird (z. B.) erzeugt von der **rechtslinearen** Grammatik

$$G = (\{S, A\}, \{a, b, c\}, R, S),$$

mit Regelmenge  $R$ :

$$S \rightarrow aaA$$

$$A \rightarrow abA \mid c$$

# Beispiel

---

**Beispiel 2.** Die Sprache aller durch 3 teilbaren Dezimalzahlen ist regulär.

Eine erzeugende Grammatik ist

$$G = (\{S, S_0, S_1, S_2\}, \{0, \dots, 9\}, R, S)$$

mit der Regelmenge  $R$ :

$$S \rightarrow 3S_0 \mid 6S_0 \mid 9S_0 \mid 1S_1 \mid 4S_1 \mid 7S_1 \mid 2S_2 \mid 5S_2 \mid 8S_2 \mid 0$$

$$S_0 \rightarrow 0S_0 \mid 3S_0 \mid 6S_0 \mid 9S_0 \mid 1S_1 \mid 4S_1 \mid 7S_1 \mid 2S_2 \mid 5S_2 \mid 8S_2 \mid \varepsilon$$

$$S_1 \rightarrow 0S_1 \mid 3S_1 \mid 6S_1 \mid 9S_1 \mid 1S_2 \mid 4S_2 \mid 7S_2 \mid 2S_0 \mid 5S_0 \mid 8S_0$$

$$S_2 \rightarrow 0S_2 \mid 3S_2 \mid 6S_2 \mid 9S_2 \mid 1S_0 \mid 4S_0 \mid 7S_0 \mid 2S_1 \mid 5S_1 \mid 8S_1$$

Ohne das  $\varepsilon$  in der zweiten Regel wäre nur die "0" als Terminalwort herleitbar.