

# Grundlagen der Theoretischen Informatik

## Komplexitätstheorie (I)

10.07.2019

Viorica Sofronie-Stokkermans

e-mail: [sofronie@uni-koblenz.de](mailto:sofronie@uni-koblenz.de)

# Übersicht

---

1. Motivation
2. Terminologie
3. Endliche Automaten und reguläre Sprachen
4. Kellerautomaten und kontextfreie Sprachen
5. Turingmaschinen und rekursiv aufzählbare Sprachen
6. Berechenbarkeit, (Un-)Entscheidbarkeit
7. Komplexitätsklassen P und NP

# Komplexitätstheorie

---

## Inhalt

- Definition der berühmten Klassen **P** und **NP**.
- Begriff der **Reduktion**: ein Problem (eine Sprache) wird auf ein zweites reduziert. Das erste Problem ist dann höchstens so schwer wie das zweite.
- Der Begriff eines **NP-schweren** Problems.
- Einige Probleme der Graphentheorie: sie sind **NP-vollständig**.
- Die wichtigsten **Komplexitätsklassen** und ihre Struktur.

# Komplexitätstheorie

---

- Die Struktur von PSPACE
- Vollständige und harte Probleme
- Beispiele

# Komplexitätstheorie: Motivation

---

1. **Sortieralgorithmen:** Bubble Sort, Quicksort, ...
2. **Erfüllbarkeitsproblem:**  
Gibt es eine erfüllende Belegung für die Variablen  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ?
3. **Graphenprobleme:**  
Gibt es einen hamiltonschen Kreis in einem Graphen?  
Sind zwei Knoten in einem Graphen voneinander erreichbar?

# Komplexitätstheorie

---

Welche Arten von Komplexität gibt es?

- Zeit
- Speicher

# DTIME und NTIME

---

## Definition [NTIME( $T(n)$ ), DTIME( $T(n)$ )]

**Basismodell:**  $k$ -DTM  $\mathcal{M}$  (ein Band für die Eingabe).

Wenn  $\mathcal{M}$  mit jedem Eingabewort der Länge  $n$  höchstens  $T(n)$  Schritte macht, dann wird sie  **$T(n)$ -zeitbeschränkt** genannt.

Die von  $\mathcal{M}$  akzeptierte Sprache hat **Zeitkomplexität  $T(n)$**  (tatsächlich meinen wir  $\max(n + 1, \lceil T(n) \rceil$ )).

- **DTIME( $T(n)$ )** ist die Klasse der Sprachen, die von  $T(n)$ -zeitbeschränkten DTMs akzeptiert werden.
- **NTIME( $T(n)$ )** ist die Klasse der Sprachen, die von  $T(n)$ -zeitbeschränkten NTMs akzeptiert werden.

# DSPACE und NSPACE

---

## Definition [NSPACE( $S(n)$ ), DSPACE( $S(n)$ )]

**Basismodell:**  $k$ -DTM  $\mathcal{M}$ , davon ein spezielles Eingabeband (**offline DTM**).

Wenn  $\mathcal{M}$  für jedes Eingabewort der Länge  $n$  maximal  $S(n)$  Zellen auf den Ablagebändern benutzt, dann heißt  $\mathcal{M}$   **$S(n)$ -speicherbeschränkt**.

Die von  $\mathcal{M}$  akzeptierte Sprache hat **Speicherkomplexität  $S(n)$**   
(tatsächlich meinen wir  $\max(1, \lceil S(n) \rceil)$ )

- **DSPACE( $S(n)$ )** ist die Klasse der Sprachen, die von  $S(n)$ -speicherbeschränkten DTMs akzeptiert werden.
- **NSPACE( $S(n)$ )** ist die Klasse der Sprachen, die von  $S(n)$ -speicherbeschränkten NTMs akzeptiert werden.