Logik für Informatiker

2. Aussagenlogik

Teil 7

3.06.2013

Viorica Sofronie-Stokkermans

Universität Koblenz-Landau

e-mail: sofronie@uni-koblenz.de

Bis jetzt

- Normalformen: CNF/DNF
- Subsumption
- SAT-Problem (Erfüllbarkeitsproblem)

  SAT; k-SAT

  3-SAT, k-SAT mit $k \geq 3$: NP-vollständig

  2-SAT: PTIME

  Horn-Formeln (Erfüllbarkeitstest): PTIME

Kalküle:

- Der aussagenlogische Resolutionkalkül

  Korrektheit, Vollständigkeit, Terminierung

- Semantische Tableaux

Bis jetzt

- Normalformen: CNF/DNF
- Subsumption
- SAT-Problem (Erfüllbarkeitsproblem)

  SAT; k-SAT

  3-SAT, k-SAT mit $k \geq 3$: NP-vollständig

  2-SAT: PTIME

  Horn-Formeln (Erfüllbarkeitstest): PTIME

Kalküle:

- Der aussagenlogische Resolutionkalkül

  Korrektheit, Vollständigkeit, Terminierung

- Semantische Tableaux

  Korrektheit, Vollständigkeit, Terminierung heute

Der aussagenlogische Tableaukalkül

Wesentliche Eigenschaften

- Widerlegungskalkül: Testet auf Unerfüllbarkeit
- Beweis durch Fallunterscheidung
- Top-down-Analyse der gegebenen Formeln

Vorteile

- Intuitiver als Resolution
- Formeln müssen nicht in Normalform sein
- Falls Formelmenge erfüllbar ist (Test schlägt fehl), wird ein Gegenbeispiel (eine erfüllende Interpretation) konstruiert

Nachteile

- Mehr als eine Regel

Formeltypen

Konjunktive Formeln: Typ α

- $\neg\neg F$
- $F \wedge G$
- $\neg(F \vee G)$
- $\neg(F \rightarrow G)$

Zuordnungsregeln Unterformeln

α	α_1	α_2
$F \wedge G$	F	G
$\neg(F \vee G)$	$\neg F$	$\neg G$
$\neg(F \rightarrow G)$	F	$\neg G$
$\neg\neg F$	F	

α-Regel

$$\frac{\alpha}{\begin{array}{c}\alpha_1\\ \alpha_2\end{array}}$$

Disjunktive Formeln: Typ β

- $\neg(F \wedge G)$
- $F \vee G$
- $F \rightarrow G$

Zuordnungsregeln Unterformeln

β	β_1	β_2
$\neg(F \wedge G)$	$\neg F$	$\neg G$
$F \vee G$	F	G
$F \rightarrow G$	$\neg F$	G

β-Regel

$$\frac{\beta}{\beta_1 \mid \beta_2}$$

Instanzen der α und β-Regel

Instanzen der α-Regel

$$\frac{P \land Q}{\begin{array}{c} P \\ Q \end{array}} \qquad \frac{\neg(P \lor Q)}{\begin{array}{c} \neg P \\ \neg Q \end{array}} \qquad \frac{\neg(P \rightarrow Q)}{\begin{array}{c} P \\ \neg Q \end{array}} \qquad \frac{\neg\neg P}{P}$$

Instanzen der β-Regel

$$\frac{P \lor Q}{P \mid Q} \qquad \frac{\neg(P \land Q)}{\neg P \mid \neg Q} \qquad \frac{P \rightarrow Q}{\neg P \mid Q}$$

Formale Definition des Kalküls

Definition. Tableau: Binärer Baum, dessen Knoten mit Formeln markiert sind

Definition. Tableauast: Maximaler Pfad in einem Tableau (von Wurzel zu Blatt)

Formale Definition des Kalküls

Sei M eine Formelmenge

Initialisierung
Das Tableau, das nur aus dem Knoten 1 besteht, ist ein Tableau für M

Erweiterung

- T ein Tableau für M
- B ein Ast von T
- F eine Formel auf B oder in M, die kein Literal ist

T' entstehe durch Erweiterung von B gemäß der auf F anwendbaren Regel (α oder β)

Dann ist T' ein Tableau für M.

Formale Definition des Kalküls

Nota bene:

Alle Äste in einem Tableau für M enthalten implizit alle Formeln in M

Definition.

Ast B eines Tableaus für M ist geschlossen, wenn es eine Formel F existiert, so dass B die Formeln F und $\neg F$ enthält.

Definition.

Ein Tableau ist geschlossen, wenn jeder seiner Äste geschlossen ist.

Definition.

Ein Tableau für M, das geschlossen ist, ist ein Tableaubeweis für (die Unerfüllbarkeit von) M

Klauseltableau

M Menge von Klauseln

Klauseltableau

M Menge von Klauseln

Änderungen

- Keine α-Regel
- Erweiterungsregel kann Verzweigungsgrad > 2 haben
- Alle Knoten im Tableau enthalten Literale

Klauseltableau: Beispiel

$M = \{ \{P, Q, R\}, \{\neg R\}, \{\neg P, Q\}, \{P, \neg Q\}, \{\neg P, \neg Q\} \}$

Klauseltableau: Beispiel

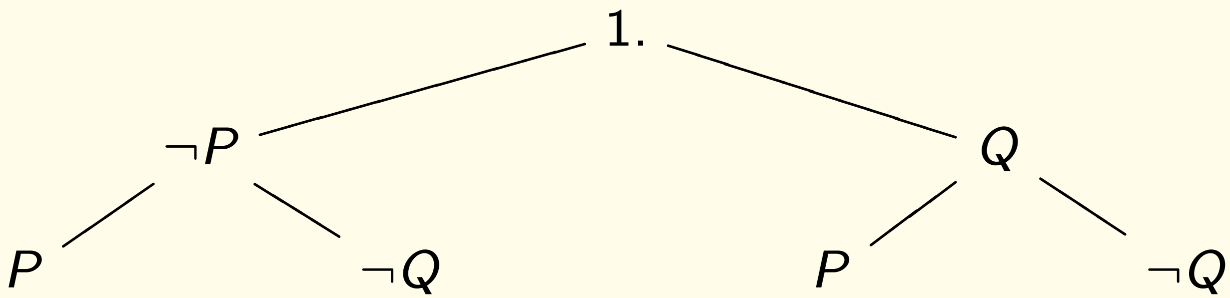
$M = \{ \, \{P, Q, R\}, \{\neg R\}, \{\neg P, Q\}, \{P, \neg Q\}, \{\neg P, \neg Q\} \, \}$

1.

$\neg P$ $\quad$ Q

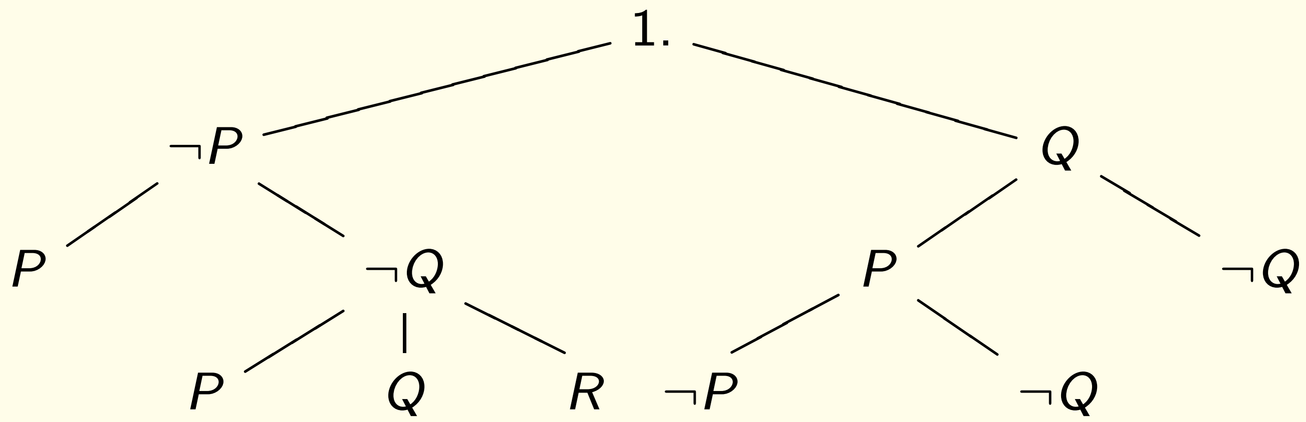
Klauseltableau: Beispiel

$M = \{\ \{P, Q, R\}, \{\neg R\}, \{\neg P, Q\}, \{P, \neg Q\}, \{\neg P, \neg Q\}\ \}$



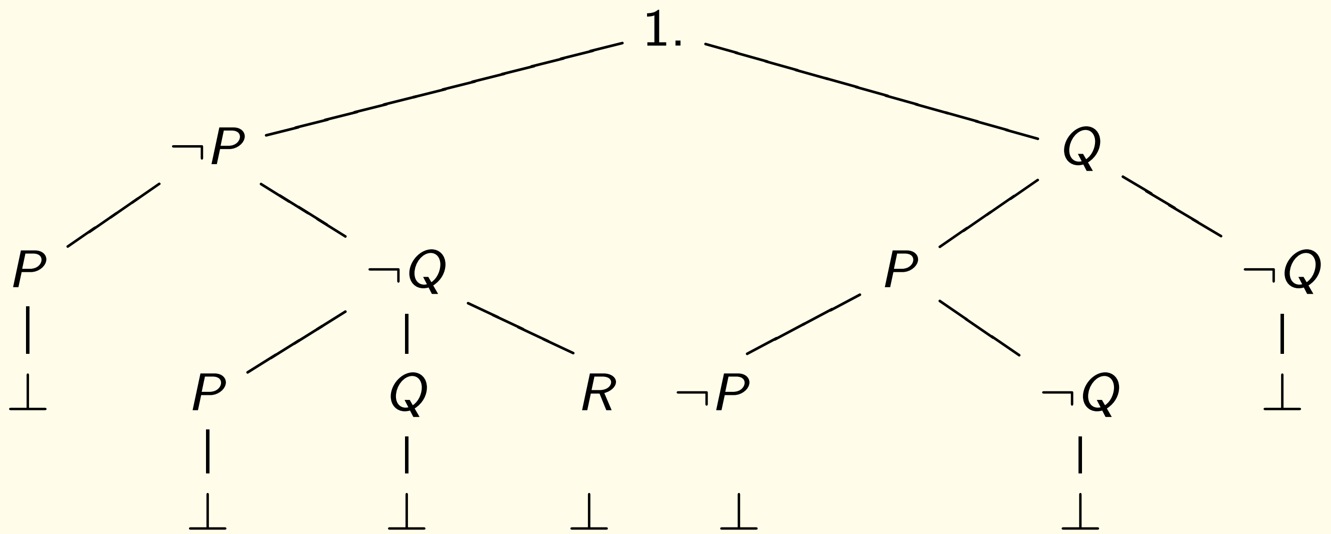
Klauseltableau: Beispiel

$M = \{\ \{P, Q, R\}, \{\neg R\}, \{\neg P, Q\}, \{P, \neg Q\}, \{\neg P, \neg Q\}\ \}$



Klauseltableau: Beispiel

$M = \{\ \{P, Q, R\}, \{\neg R\}, \{\neg P, Q\}, \{P, \neg Q\}, \{\neg P, \neg Q\}\ \}$



Korrektheit und Vollständigkeit des Tableaukalküls

Theorem.

Eine Formelmenge M ist unerfüllbar

genau dann, wenn

es einen Tableaubeweis für (die Unerfüllbarkeit von) M gibt

Korrektheit und Vollständigkeit des Tableaukalküls

Theorem.

Eine Formelmenge M ist unerfüllbar
genau dann, wenn
es einen Tableaubeweis für (die Unerfüllbarkeit von) M gibt

Korrektheit: "$\Leftarrow$"

Falls es einen Tableaubeweis für (die Unerfüllbarkeit von) M gibt
(d.h. ein Tableau für M, das geschlossen ist)
so ist M unerfüllbar.

... alternativ:

Falls M erfüllbar ist, hat M kein geschlossenes Tableau.

Korrektheit und Vollständigkeit des Tableaukalküls

Theorem.

Eine Formelmenge M ist unerfüllbar
genau dann, wenn
es einen Tableaubeweis für (die Unerfüllbarkeit von) M gibt

Vollständigkeit: "$\Rightarrow$"

Falls M unerfüllbar ist,
gibt es einen Tableaubeweis für (die Unerfüllbarkeit von) M
(d.h. ein Tableau für M, das geschlossen ist).

Kern des Korrektheitsbeweises

Theorem (Korrektheit)
Falls es einen Tableaubeweis für (die Unerfüllbarkeit von) M gibt (d.h. ein Tableau für M, das geschlossen ist) so ist M unerfüllbar.

... alternativ: Falls M erfüllbar ist, hat M kein geschlossenes Tableau.

Kern des Korrektheitsbeweises

Theorem (Korrektheit)
Falls es einen Tableaubeweis für (die Unerfüllbarkeit von) M gibt (d.h. ein Tableau für M, das geschlossen ist) so ist M unerfüllbar.

... alternativ: Falls M erfüllbar ist, hat M kein geschlossenes Tableau.

Definition.

Ein Tableauast ist erfüllbar, wenn die Menge seiner Formeln erfüllbar ist

Ein Tableau ist erfüllbar, wenn es (mindestens) einen erfüllbaren Ast hat

Kern des Korrektheitsbeweises

Theorem (Korrektheit)
Falls es einen Tableaubeweis für (die Unerfüllbarkeit von) M gibt
(d.h. ein Tableau für M, das geschlossen ist) so ist M unerfüllbar.

... alternativ: Falls M erfüllbar ist, hat M kein geschlossenes Tableau.

Definition.

Ein Tableauast ist erfüllbar, wenn die Menge seiner Formeln erfüllbar ist

Ein Tableau ist erfüllbar, wenn es (mindestens) einen erfüllbaren Ast hat

Lemma 1. Jedes Tableau für eine erfüllbare Formelmenge M ist erfüllbar

Lemma 2. Ein geschlossenes Tableau ist nicht erfüllbar

... Also: Kein geschlossenes Tableau für erfüllbare Formelmenge

Lemma 1: Beweis

Definition.

Tableauast ist erfüllbar, wenn die Menge seiner Formeln erfüllbar ist.

Tableau ist erfüllbar, wenn es (mindestens) einen erfüllbaren Ast hat

Lemma 1. Jedes Tableau für eine erfüllbare Formelmenge M ist erfüllbar

Lemma 1: Beweis

Definition.

Tableauast ist erfüllbar, wenn die Menge seiner Formeln erfüllbar ist.

Tableau ist erfüllbar, wenn es (mindestens) einen erfüllbaren Ast hat

Lemma 1. Jedes Tableau für eine erfüllbare Formelmenge M ist erfüllbar

Beweis: Induktion $p(n)$: Falls M erfüllbar und das Tableau T in n Schritten aus M gebildet wurde, ist T erfüllbar

Lemma 1: Beweis

Definition.

Tableauast ist erfüllbar, wenn die Menge seiner Formeln erfüllbar ist.

Tableau ist erfüllbar, wenn es (mindestens) einen erfüllbaren Ast hat

Lemma 1. Jedes Tableau für eine erfüllbare Formelmenge M ist erfüllbar

Beweis: Induktion $p(n)$: Falls M erfüllbar und das Tableau T in n Schritten aus M gebildet wurde, ist T erfüllbar

Induktionsbasis: T wurde in einem Schritt gebildet.

Initialisierung

Das Tableau, das nur aus dem Knoten 1 besteht, ist ein Tableau für M

da M erfüllbar ist, ist ein solches Tableau erfüllbar

Lemma 1: Beweis

Definition. Tableauast ist erfüllbar, wenn die Menge seiner Formeln erfüllbar ist.
Tableau ist erfüllbar, wenn es (mindestens) einen erfüllbaren Ast hat

Lemma 1. Jedes Tableau für eine erfüllbare Formelmenge M ist erfüllbar

Beweis: Induktion $\quad p(n)$: Falls M erfüllbar und das Tableau T in n Schritten aus M gebildet wurde, ist T erfüllbar

Induktionsschritt: Annahme $p(n)$ gilt. Zu zeigen: $p(n+1)$.

Sei T ein in $n+1$ Schritten gebildetes Tableau für M.
Dann gibt es ein Tableau T' für M (in n Schritten gebildet), ein Ast B von T' und eine Formel F auf B, die kein Literal ist, so dass T durch die Erweiterung von B gemäß der auf F anwendbaren Regel (α oder β) entstanden ist.

Induktionsvoraussetzung: T' erfüllbar, d.h. hat (mindestens) einen erfüllbaren Ast B'.

Fall 1: $B' \neq B$. Dann ist B' auch Ast in T, d.h. T erfüllbar.

Lemma 1: Beweis

Definition. Tableauast ist erfüllbar, wenn die Menge seiner Formeln erfüllbar ist.
Tableau ist erfüllbar, wenn es (mindestens) einen erfüllbaren Ast hat

Lemma 1. Jedes Tableau für eine erfüllbare Formelmenge M ist erfüllbar

Beweis: Induktion $p(n)$: Falls M erfüllbar und das Tableau T in n Schritten aus M gebildet wurde, ist T erfüllbar

Induktionsschritt: Annahme $p(n)$ gilt. Zu zeigen: $p(n+1)$.

Sei T ein in $n+1$ Schritten gebildetes Tableau für M.
Dann gibt es ein Tableau T' für M (in n Schritten gebildet), ein Ast B von T' und eine Formel F auf B oder in M, die kein Literal ist, so dass T durch die Erweiterung von B gemäß der auf F anwendbaren Regel (α oder β) entstanden ist.

Induktionsvoraussetzung: T' erfüllbar, d.h. hat (mindestens) einen erfüllbaren Ast B'.

Fall 2: $B' = B$ d.h. B erfüllbar. Sei $\mathcal{A}$ Modell für die Formeln N_B auf B.

Fall 2a: α-Regel angewandt $F \equiv F_1 \wedge F_2$. Dann ist $\mathcal{A}$ Modell für $N_B \cup \{F_1, F_2\}$, d.h.: die Erweiterung von B mit dieser α-Regel ist erfüllbar, so T erfüllbar.

Lemma 1: Beweis

Definition. Tableauast ist erfüllbar, wenn die Menge seiner Formeln erfüllbar ist.
Tableau ist erfüllbar, wenn es (mindestens) einen erfüllbaren Ast hat

Lemma 1. Jedes Tableau für eine erfüllbare Formelmenge M ist erfüllbar

Beweis: Induktion $p(n)$: Falls M erfüllbar und das Tableau T in n Schritten aus M gebildet wurde, ist T erfüllbar

Induktionsschritt: Annahme $p(n)$ gilt. Zu zeigen: $p(n+1)$.

Sei T ein in $n+1$ Schritten gebildetes Tableau für M.
Dann gibt es ein Tableau T' für M (in n Schritten gebildet), ein Ast B von T' und eine Formel F auf B oder in M, die kein Literal ist, so dass T durch die Erweiterung von B gemäß der auf F anwendbaren Regel (α oder β) entstanden ist.

Induktionsvoraussetzung: T' erfüllbar, d.h. hat (mindestens) einen erfüllbaren Ast B'.

Fall 2: $B' = B$ d.h. B erfüllbar. Sei $\mathcal{A}$ Modell für die Formeln N_B auf B.

> Fall 2b: β-Regel angewandt $F \equiv F_1 \vee F_2$. Dann $1 = \mathcal{A}(F) = \mathcal{A}(F_1) \vee \mathcal{A}(F_2)$, so $\mathcal{A}(F_1) = 1$ oder $\mathcal{A}(F_2) = 1$. Dann $\mathcal{A} \models N_B \cup \{F_i\}$, $i = 1$ oder 2, d.h. $\mathcal{A}$ Modell für alle Formeln auf der Erweiterung von B mit F_1 oder F_2, so T erfüllbar.

Lemma 2: Beweis

Definition.

Tableauast ist erfüllbar, wenn die Menge seiner Formeln erfüllbar ist

Tableau ist erfüllbar, wenn es (mindestens) einen erfüllbaren Ast hat

Lemma 1. Jedes Tableau für eine erfüllbare Formelmenge M ist erfüllbar

Lemma 2. Ein geschlossenes Tableau ist nicht erfüllbar

Beweis: Kontraposition

Annahme: T erfüllbar. Dann hat T einen erfüllbaren Ast B.

Falls die Menge der Formeln auf B (und M) erfüllbar ist, kann B nicht Formeln F und $\neg F$ enthalten, d.h. B kann nicht geschlossen sein.

Korrektheit

Theorem (Korrektheit)
Falls es einen Tableaubeweis für (die Unerfüllbarkeit von) M gibt (d.h. ein Tableau für M, das geschlossen ist) so ist M unerfüllbar.

Korrektheit und Vollständigkeit

Theorem (Korrektheit)
Falls es einen Tableaubeweis für (die Unerfüllbarkeit von) M gibt (d.h. ein Tableau für M, das geschlossen ist) so ist M unerfüllbar.

Theorem (Vollständigkeit)
Falls M unerfüllbar, so gibt es einen Tableaubeweis für die Unerfüllbarkeit von M (d.h. einen Tableau für M, das geschlossen ist).

... alternativ:

"falls es keinen Tableaubeweis für die Unerfüllbarkeit von M gibt (d.h. "maximales Tableau"" für M nicht geschlossen) so ist M erfüllbar"

Kern des Vollständigkeitsbeweises

Definition.

Ein Tableau heißt voll expandiert, wenn

- jede Regel
- auf jede passende Formel
- auf jedem offenen Ast

angewendet worden ist.

Kern des Vollständigkeitsbeweises

Definition.

Ein Tableau heißt voll expandiert, wenn

- jede Regel
- auf jede passende Formel
- auf jedem offenen Ast

angewendet worden ist.

Lemma 3.
Sei B offener Ast in voll expandiertem Tableau.
Dann ist die Menge der Formeln in B erfüllbar.

... Also: Voll expandiertes Tableau für unerfüllbares M ist geschlossen

Lemma 3: Beweis

Lemma 3.
Sei B offener Ast in voll expandiertem Tableau.
Dann ist die Menge der Formeln in B erfüllbar.

Beweis: (für klausale Tableaux)

Sei N die Menge der Formeln auf B. Da B offen ist, ist $\perp$ nicht in N.
Seien $C \vee A$, $D \vee \neg A$ zwei Klauseln in N die komplementäre Literale enthalten. Einer von C, D ist nicht leer (sonst wäre B geschlossen).

Annahme: C nicht leer. Da B voll expandiert ist, wurde die β-Regel für $C \vee A$ angewandt (auch für $D \vee \neg A$ falls D nicht leer).

Fall 1: $A, \neg A \in B$: unmöglich, da B offen ist.
Fall 2: $A, L \in B$ mit L Literal in D. N erfüllbar gdw. $N \backslash \{D \vee \neg A\}$ erfüllbar.
Fall 3: $L, \neg A \in B$, mit L Literal in C. N erfüllbar gdw. $N \backslash \{C \vee A\}$ erfüllbar.
Fall 4: $L_1, L_2 \in B$, mit L_1 Literal in C, L_2 Literal in D.
N erfüllbar gdw. $N \backslash \{C \vee A, D \vee \neg A\}$ erfüllbar.

$N \mapsto N'$, N' Klauselmenge ohne komplementäre Literale und ohne $\perp$
Die Erfüllbarkeit von N' folgt aus der Vollständigkeit der Resolution.

Klauseltableau: Einschränkungen des Suchraums

Regularität:

Kein Literal darf auf einem Ast mehr als einmal vorkommen

Klauseltableau: Einschränkungen des Suchraums

Regularität:

Kein Literal darf auf einem Ast mehr als einmal vorkommen

Schwache Konnektionsbedingung (Connection calculus)

Bei Erweiterung von Ast B muss mindestens eines der neuen Literale komplementär zu Literal in B sein

Klauseltableau: Einschränkungen des Suchraums

Regularität:

Kein Literal darf auf einem Ast mehr als einmal vorkommen

Schwache Konnektionsbedingung (Connection calculus)

Bei Erweiterung von Ast B muss mindestens eines der neuen Literale komplementär zu Literal in B sein.

Starke Konnektionsbedingung (Modellelimination)

Bei Erweiterung von Ast B muss mindestens eines der neuen Literale komplementär zum Blatt von B sein – außer beim ersten Schritt.

Klauseltableau: Einschränkungen des Suchraums

Theorem (hier ohne Beweis)
Regularität, starke und schwache Konnektionsbedingung erhalten Vollständigkeit.

Klauseltableau: Einschränkungen des Suchraums

Theorem (hier ohne Beweis)
Regularität, starke und schwache Konnektionsbedingung erhalten Vollständigkeit.

Jedoch

Bei starker Konnektionsbedingung kann ungünstige Erweiterung in Sackgasse führen.

(bei schwacher Konnektionsbedinung nicht)

Klauseltableau: Einschränkungen des Suchraums

Theorem (hier ohne Beweis)
Regularität, starke und schwache Konnektionsbedingung erhalten Vollständigkeit.

Jedoch

Bei starker Konnektionsbedingung kann ungünstige Erweiterung in Sackgasse führen.

(bei schwacher Konnektionsbedinung nicht)

Beispiel: $M = \{\{P\}, \{\neg Q\}, \{\neg P, Q\}, \{\neg P, R\}\}$

Zuerst $\{\neg P, Q\}$: OK
Zuerst $\{\neg P, R\}$: Sackgasse

Klauseltableau: Weiteres Beispiel

Signatur: F: Flugreise V: Vollpension M: Meer P: Pool

Klauseltableau: Weiteres Beispiel

Signatur: F: Flugreise V: Vollpension M: Meer P: Pool

Falls sie nicht mit dem Flugzeug fliegen, besteht der Vater auf Vollpension am Meer.

$$\neg F \rightarrow (V \wedge M)$$

Klauseltableau: Weiteres Beispiel

Signatur: F: Flugreise V: Vollpension M: Meer P: Pool

Falls sie nicht mit dem Flugzeug fliegen, besteht der Vater auf Vollpension am Meer.

$$\neg F \rightarrow (V \wedge M)$$

Die Mutter möchte mindestens einen ihrer drei Wünsche erfüllt sehen: ans Meer fliegen, oder am Meer ohne Pool, oder Vollpension und Pool.

$$(M \wedge F) \vee (M \wedge \neg P) \vee (V \wedge P)$$

Klauseltableau: Weiteres Beispiel

Signatur: F: Flugreise V: Vollpension M: Meer P: Pool

Falls sie nicht mit dem Flugzeug fliegen, besteht der Vater auf Vollpension am Meer.

$$\neg F \rightarrow (V \wedge M)$$

Die Mutter möchte mindestens einen ihrer drei Wünsche erfüllt sehen: ans Meer fliegen, oder am Meer ohne Pool, oder Vollpension und Pool.

$$(M \wedge F) \vee (M \wedge \neg P) \vee (V \wedge P)$$

Gibt es keinen Pool, so besteht Tochter Lisa auf einer Flugreise und Urlaub am Meer und darauf, dass keine Vollpension gebucht wird.

$$\neg P \rightarrow (F \wedge M \wedge \neg V)$$

Klauseltableau: Weiteres Beispiel

Signatur: F: Flugreise V: Vollpension M: Meer P: Pool

Falls sie nicht mit dem Flugzeug fliegen, besteht der Vater auf Vollpension am Meer.

$$\neg F \to (V \land M)$$

Die Mutter möchte mindestens einen ihrer drei Wünsche erfüllt sehen: ans Meer fliegen, oder am Meer ohne Pool, oder Vollpension und Pool.

$$(M \land F) \lor (M \land \neg P) \lor (V \land P)$$

Gibt es keinen Pool, so besteht Tochter Lisa auf einer Flugreise und Urlaub am Meer und darauf, dass keine Vollpension gebucht wird.

$$\neg P \to (F \land M \land \neg V)$$

Auch dem Baby soll einer seiner Wünsche erfüllt werden: erstens einen Pool und nicht fliegen oder zweitens Vollpension, dann aber ohne Pool.

$$(P \land \neg F) \lor (V \land \neg P)$$

Klauseltableau: Weiteres Beispiel

Behauptung

Dann müssen sie ans Meer mit Vollpension, mit Pool und ohne Flug.

$$M \wedge V \wedge P \wedge \neg F$$

Klauseltableau: Weiteres Beispiel

Behauptung

Dann müssen sie ans Meer mit Vollpension, mit Pool und ohne Flug.

$$M \land V \land P \land \neg F$$

Zu zeigen:

$$\{\neg F \to (V \land M), (M \land F) \lor (M \land \neg P) \lor (V \land P),$$
$$\neg P \to (F \land M \land \neg V), (P \land \neg F) \lor (V \land \neg P)\} \quad \models \quad M \land V \land P \land \neg F$$

Klauseltableau: Weiteres Beispiel

Behauptung

Dann müssen sie ans Meer mit Vollpension, mit Pool und ohne Flug.

$M \wedge V \wedge P \wedge \neg F$

Zu zeigen:

$\{\neg F \rightarrow (V \wedge M), (M \wedge F) \vee (M \wedge \neg P) \vee (V \wedge P),$
$\neg P \rightarrow (F \wedge M \wedge \neg V), (P \wedge \neg F) \vee (V \wedge \neg P)\} \quad \models \quad M \wedge V \wedge P \wedge \neg F$

Wir zeigen, dass die folgende Konjunktion unerfüllbar ist:

$(\neg F \rightarrow (V \wedge M), (M \wedge F))\wedge$
$((M \wedge F) \vee (M \wedge \neg P) \vee (V \wedge P))\wedge$
$(\neg P \rightarrow (F \wedge M \wedge \neg V))\wedge$
$((P \wedge \neg F) \vee (V \wedge \neg P))\wedge$
$\neg M \vee \neg V \vee \neg P \vee F$ (Negation der Behauptung)

Klauseltableau: Weiteres Beispiel

$\neg F \rightarrow (V \wedge M)$	(1)	$F \vee V$
	(2)	$F \vee M$
$(M \wedge F) \vee (M \wedge \neg P) \vee (V \wedge P)$	(3)	$M \vee V$
	(4)	$M \vee P$
	(5)	$M \vee \neg P \vee V$
	(6)	$F \vee M \vee V$
	(7)	$F \vee M \vee P$
	(8)	$F \vee \neg P \vee V$
$\neg P \rightarrow (F \wedge M \wedge \neg V)$	(9)	$P \vee F$
	(10)	$P \vee M$
	(11)	$P \vee \neg V$
$(P \wedge \neg F) \vee (V \wedge \neg P)$	(12)	$P \vee V$
	(13)	$\neg F \vee V$
	(14)	$\neg F \vee \neg P$
Negation der Behauptung	(15)	$\neg M \vee \neg V \vee \neg P \vee F$

Klauseltableau: Weiteres Beispiel

Beobachtung

Konstruktion des Konnektionstableaus

- bei Beginn mit Klausel (1)
- mit Regularität
- mit starker Konnektionsbedingung

Dann:

Nahezu deterministische Beweiskonstruktion

Klauseltableau: Weiteres Beispiel

(1) $F \lor V$

(2) $F \lor M$

(3) $M \lor V$

(4) $M \lor P$

(5) $M \lor \neg P \lor V$

(6) $F \lor M \lor V$

(7) $F \lor M \lor P$

(8) $F \lor \neg P \lor V$

(9) $P \lor F$

(10) $P \lor M$

(11) $P \lor \neg V$

(12) $P \lor V$

(13) $\neg F \lor V$

(14) $\neg F \lor \neg P$

(15) $\neg M \lor \neg V \lor \neg P \lor F$