

Mathematische Simulationssoftware

Rechnereinsatz in der Numerik

David Willems

6. Juni 2017

Organisatorisches

- ▶ Vorlesung mit integrierter Übung / Praktikum
- ▶ Di. 06.06. und Mi. 07.06 jeweils von 9:00 Uhr – 15:00 Uhr
- ▶ Mittagspause!
- ▶ Do. 08.06. Prüfungstermin
 - ▶ B.Sc. MM: Bescheinigung erfolgreicher Teilnahme (siehe \LaTeX -Kurs)
 - ▶ B.Ed. BBS: 90-minütige Klausur (Termin kann noch besprochen werden)

Übungen

Basics

1. Werten Sie die folgenden FREEMAT Befehle aus:

1.1 $2/2*3$

1.2 $3^2/4$

1.3 3^{2^2}

1.4 $2+\text{round}(6/9+3*2)/2 - 3$

1.5 $2+\text{floor}(6/9+3*2)/2 - 3$

1.6 $2+\text{ceil}(6/9+3*2)/2 - 3$

2. Werten Sie den folgenden Ausdruck hinreichend oft aus.

Versuchen Sie zu folgern, gegen welchen Grenzwert die Folge konvergiert.

$$\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}}}}$$

Übungen

Komplexe Zahlen

1. Benutzen Sie die Befehle `abs` und `angle` um Betrag und Argument einer komplexen Zahl z zu bestimmen, für die gilt:
 - 1.1 $z = z_1 + z_2$ für beliebiges $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$.
 - 1.2 $z = z_1 - z_2$ für beliebiges $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$.
 - 1.3 $z = z_1 * z_2$ für beliebiges $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$.
 - 1.4 $z = z_1/z_2$ für beliebiges $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$.
2. Berechnen Sie $(1 - 3i)^7$.

Übungen

Matrizen & Vektoren I

1. Sei $A = [2 \ 4 \ 2 \ 3 \ 1]$ und $B = [2 \ 5 \ 8 \ 3 \ 7]^T$.
Berechnen Sie AB und BA .
2. Gegeben sei $v = [1 \ 2 \ 3 \ \dots \ 100]^T$. Berechnen Sie die Länge des Vektors v , also den Ausdruck $|v| := \sqrt{v^T v}$.
3. Erstellen Sie einen Vektor, der alle geraden Zahlen zwischen 31 und 73 enthält.
4. Sei $x = [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5]$.
 - 4.1 Addieren Sie 7 zu jedem Element.
 - 4.2 Berechnen Sie die Wurzel jedes Elements.
 - 4.3 Bestimmen Sie das Quadrat jedes Elements.
5. Mit roots können Sie Nullstellen von Polynomen bestimmen, ein Polynom ist durch seinen Koeffizientenvektor bestimmt, also z. B. $p(x) = x^5 - 2x + 3$ entspricht $p = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ -2 \ 3)$.

Übungen

Matrizen & Vektoren II

1. Sei $x = (1 \ 3 \ 7 \ 2)^T$ sowie $y = (-1 \ 2 \ -8 \ 5)^T$.
 - 1.1 Addieren Sie die Summe der Element von x zu den Elementen von y .
 - 1.2 Potenzieren Sie jeden Eintrag von x mit dem entsprechenden Eintrag von y .
 - 1.3 Multiplizieren Sie jeden Eintrag von x mit dem entsprechenden Eintrag von y .
 - 1.4 Dividieren Sie jeden Eintrag von x durch den entsprechenden Eintrag von y .
2. Erstellen Sie einen Vektor x mit
 - 2.1 $x = (0 \ 1.5 \ 3 \ 4.5 \ \dots \ 15)$.
 - 2.2 $x = (10 \ 8 \ 6 \ 4 \ \dots \ -8 \ -10)$.

Übungen

Matrizen & Vektoren III

1. Erstellen Sie eine 7×8 -Matrix A mit eindeutigen Einträgen. Erklären Sie, was die folgenden Befehle bewirken:
 - 1.1 A'
 - 1.2 $A(:, [1 \ 4])$
 - 1.3 $A([2 \ 6], [6 \ 1])$
 - 1.4 $B = \text{reshape}(A, 2, 28)$
 - 1.5 $A(:)$
 - 1.6 $C = \text{flipud}(A)$
 - 1.7 $D = \text{fliplr}(A)$
 - 1.8 $\text{sum}(A)$
 - 1.9 $\text{sum}(A')$
 - 1.10 $\text{sum}(A, 2)$
 - 1.11 $A = [A; \text{sum}(A)]$
 - 1.12 $A = [A \ \text{sum}(A, 2)]$

Übungen

Funktionen & Plots I

1. Erstellen Sie einen Vektor $x = \text{linspace}(a, b, n)$ für a, b, n beliebig. Zeichnen Sie die folgenden Funktionen auf Ihrem Intervall:
 - 1.1 $\ln(2 + x + x^2)$
 - 1.2 $\exp(x)(1 + \cos(3x))$
 - 1.3 $\tan(x)$
 - 1.4 $\tan^{-1}(x)$
2. Das Wachstum einer Bakterienpopulation B bezüglich der Zeit t sei definiert durch

$$B(t) := \frac{193754123}{1 + \exp(-0.05(t - 1950))}.$$

Plotten Sie B von $t=1780$ bis zum Jahr $t = 2000$. Geben Sie eine Prognose für die Zahl der Bakterien im Jahr $t = 2020$.

Übungen

Kontrollstrukturen I

1. Erstellen Sie ein m-Skript welches $n!$ für eine beliebige natürliche Zahl n
 - 1.1 mit Hilfe einer while-Schleife bestimmt.
 - 1.2 mit dem prod-Befehl bestimmt.
2. Schreiben Sie ein m-Skript, welches einen Münzwurf simuliert. Erzeugen Sie hierzu mittels `rand()` eine Zufallszahl; ist diese größer als 0.5 zählt der Wurf für Kopf, ansonsten für Zahl.
 - 2.1 Geben Sie nach jedem Wurf das Verhältnis $\frac{\# \text{Kopf}}{\# \text{Zahl}}$ aus.
 - 2.2 Geben Sie das obige Verhältnis nach jedem 100. Wurf aus.
3. Schreiben Sie ein m-Skript, welches zwei Sinuskurven mit Frequenzen ω_1, ω_2 , Amplituden A_1, A_2 und Phasen φ_1, φ_2 erstellt. Plotten Sie $f_1 = A_1 \cdot \sin(\omega_1 \cdot x + \varphi_1)$ und $f_2 = A_2 \cdot \sin(\omega_2 \cdot x + \varphi_2)$. Die Parameter sollen mit `input('')` eingelesen werden.

Übungen

Benutzerdefinierte Funktionen I

1. Erstellen Sie eine Funktion `winkel(v1, v2)` die den Winkel φ zwischen den beiden Vektoren v_1 und v_2 mit

$$\varphi := \arccos \left(\frac{v_1 \cdot v_2}{|v_1| \cdot |v_2|} \right)$$

bestimmt.

2. Erstellen Sie eine Funktion `[A, U] = kreis(r)` die den Flächeninhalt A und Umfang U eines Kreises mit Radius r bestimmt.
3. Schreiben Sie eine Funktion, die den zweitgrößten Eintrag eines Vektors v findet.