

# Fraktale Dimension der Kontur endoskopisch ermittelter Farbbilder von Geschwüren des Magens

D. W. R. Paulus, H. Niemann, C. Lenz  
L. Demling, C. Ell

The following paper was printed in the  
Proceedings of the DAGM 93

Please cite as in [Pau93].

**Zusammenfassung.** In diesem Beitrag wird dargestellt, wie die fraktale Dimension von Konturen in endoskopischen Bildern ermittelt werden kann. Dieser Wert kann dazu verwendet werden, die Entscheidung des Arztes zu unterstützen, ob ein Geschwür gutartig oder bösartig ist. Die Lokalisierung eines Geschwürs in endoskopischen Bildern erfordert speziell angepaßte Verfahren, die beschrieben werden. Ziel der Untersuchungen ist es, durch rechnergestützte Bildverarbeitung dem Arzt einen objektiven Parameter zur Dignitätsbeurteilung endoskopischer Befunde zur Verfügung zu stellen.

Printed: 26. Juli 1994  
Version: 1.12

## Fraktale Dimension der Kontur endoskopisch ermittelter Farbbilder von Geschwüren des Magens

D. W. R. Paulus, H. Niemann, C. Lenz      L. Demling<sup>1</sup>, C. Ell  
Universität Erlangen-Nürnberg      Universität Erlangen-Nürnberg  
Lehrstuhl für Mustererkennung (Informatik 5)      Medizinische Klinik  
Martensstraße 3, D-91058 Erlangen      D-91054 Erlangen  
paulus@informatik.uni-erlangen.de

### 1 Einleitung

Magengeschwüre (Ulcera ventriculi) stellen eine häufige und wichtige Erkrankung des Menschen dar. Circa 1–5% der Magengeschwüre sind bösartig (maligne). Bei einer geschätzten Inzidenz von 1–2 Millionen Ulcera pro Jahr ist es Aufgabe des Arztes, die malignen Ulcerationen treffsicher zu erkennen. Nur die frühzeitige Erkennung bedeutet eine Chance auf Heilung.

Methode der Wahl zur Untersuchung ist die Endoskopie des Magens über flexible Glasfaserinstrumente (Endoskop). Bisher hängt die Treffsicherheit in erster Linie von der subjektiven Erfahrung des untersuchenden Arztes ab. Lediglich die durch den Untersucher veranlaßte und durchgeführte Gewebeentnahme (Biopsie) kann dann zur Objektivierung des Befunds führen. Ein wesentlicher Fortschritt bestünde darin, bereits während der Untersuchung einen objektiven Parameter zu erhalten, der über die Dignität des Ulkus eine zuverlässige, Untersucher-unabhängige Aussage machen kann.

Bösartige Geschwüre sind in der Regel in ihrer Randkontur zerklüfteter und unregelmäßiger als gutartige. Ziel dieser Arbeit ist es, einen Zahlenwert für den Grad der Komplexität der Konturbegrenzung eines Geschwürs zu finden. Ein möglicher Lösungsweg ist dabei die fraktale Geometrie, die mit der fraktalen Dimension eine Maßzahl für die Zerklüftung von Küstenlinien, Inseln oder allgemein Linien liefert.

Dieser Beitrag beschreibt eine erste technische Realisierung der in [Dem92] dargestellten Idee, fraktale Methoden auf *endoskopische* Bilder im Gastrointestinaltrakt anzuwenden. Aufgrund der niedrigen Schärfe des Bildmaterials und der Unmöglichkeit, die Grenze eines Geschwürs exakt zu definieren, müssen hierzu spezielle Verfahren entwickelt werden.

### 2 Fraktale Geometrie diskreter Bilder

Im Gegensatz zur herkömmlichen Geometrie ist die fraktale Geometrie in der Lage, natürliche Formen wie Wolken, Küstenlinien, Wellen usw. zu beschreiben. Ein Fraktal ist eine geometrische Figur, in der sich das gleiche Motiv in stets kleinerem Maßstab wiederholt [Lau89]. Für selbstähnliche Liniengebilde kann

---

<sup>1</sup> em. Direktor der med. Klinik mit Poliklinik, D-96132 Schlüsselfeld, Weidweg 5

der Begriff der *fraktalen Dimension* eingeführt werden [Man83], die im Gegensatz zur gebräuchlichen topologischen Dimension nicht unbedingt ganzzahlige Werte hat.

Formal kann man sich die Berechnung der fraktalen Dimension einer beliebigen Linie folgendermaßen vorstellen [Pei88]: Zu einer Menge  $A$ , die man sich der Einfachheit halber als Teilmenge einer Ebene vorstellen kann, und einer kleinen Zahl  $a > 0$  bildet man die Überdeckungszahl  $N(A, a)$ ; dazu wird  $A$  mit endlich vielen Kugeln  $K(x_i, a)$ , deren Radius maximal  $a$  ist, überdeckt. Es gilt:

$$A \subset \bigcup_{x_i \in A} K(x_i, a) \quad (1)$$

Dann sei  $N(A, a)$  die minimale Zahl von Kugeln, die für eine solche Überdeckung benötigt werden. Zwischen  $N(A, a)$  und  $a$  gibt es eine Beziehung, die man als Potenzgesetz [Pei88] ansetzt:

$$N(A, a) = a^{-D} \quad D = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{\log N(A, a)}{-\log a} \quad (2)$$

Falls der Grenzwert in Gleichung 2 existiert, wird  $D$  die *fraktale Dimension* von  $A$  genannt [Pei88]. Abbildung 1 (a) zeigt eine experimentelle Interpretation des formalen Verfahrens. Man legt über die Menge  $A$  — hier die Linie — Gitter mit verschiedenen Maschenweiten und zählt, wieviele der Maschen die Linie treffen. Trägt man alle Werte in ein doppelt logarithmisches Koordinatensystem (Abbildung 1 (b)) ein, kann man die sogenannte Box-Dimension  $D$  als Steigung einer Geraden, welche die Messungen interpoliert, ablesen [Pei91]. Das Verfahren läßt sich auch bei zweidimensionalen Bildern realer Objekte wie Flußsystemen oder den Zotten der Darmwände anwenden.

Ein erweitertes Verfahren zur Bestimmung der fraktalen Dimension von dreidimensionalen Oberflächen wird in [Mog89] vorgestellt. Mathematische Grundlage ist ein homogenes Kraftgesetz, das die Masse einer Menge als eine Funktion angibt, die einen expandierenden Kreis um den interessierenden Punkt beschreibt.

Dazu wird um den Punkt  $(x, y)$  mit Intensität  $f(x, y)$  ein Würfel der Seitenlänge  $L$  gelegt und die Anzahl  $N$  der Nachbarpunkte innerhalb des Würfels ausgezählt. Das Kräftegesetz für die Masseverteilung ist nun durch

$$M(L) = kL^D \quad (3)$$

gegeben. Der expandierende Radius wird durch die sich vergrößernde Seitenlänge des Würfels ausgedrückt, der um den Punkt  $(x, y, f(x, y))$  zentriert ist. (Abbildung 1 (c) zeigt das Verfahren für den eindimensionalen Fall). Die Anzahl der Punkte im Würfel wird ebenfalls in ein doppelt logarithmisches Gitter eingetragen. Der Exponent  $D$  ergibt sich wiederum als Steigung der Ausgleichsgeraden durch diese Punkte.

Weitere Probleme der Behandlung von Chaos und Fraktalen in diskreten Bildern werden in [Nie93] angesprochen. Es existieren zudem weitere Algorithmen zur Berechnung der fraktalen Dimension (vgl. z.B. [Hoe92, Sch92]).

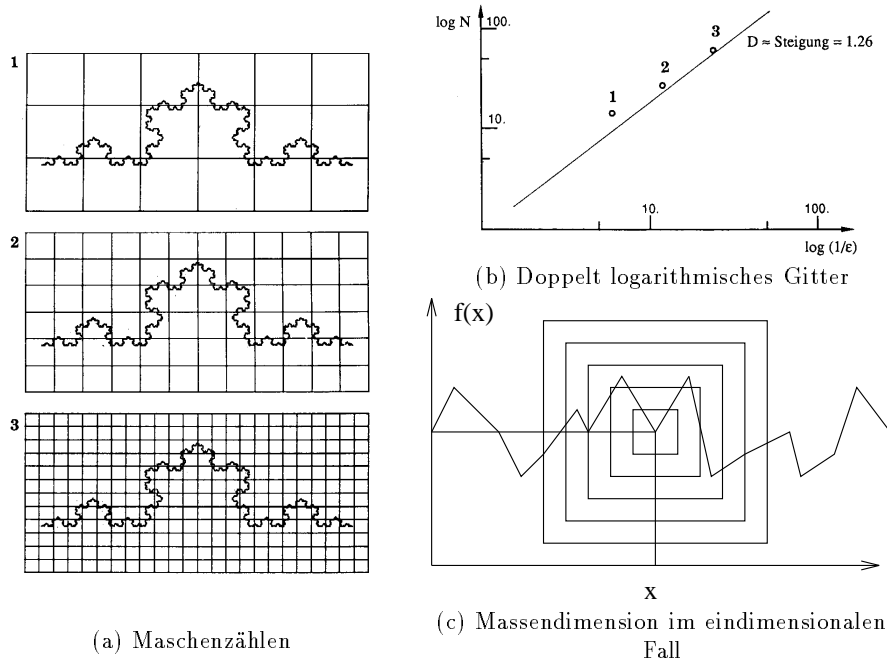


Abbildung 1. Fraktale Dimension ((a), (b) aus [Pei88] (c) aus [Mog89])

### 3 Kantendetektion in Farbbildern

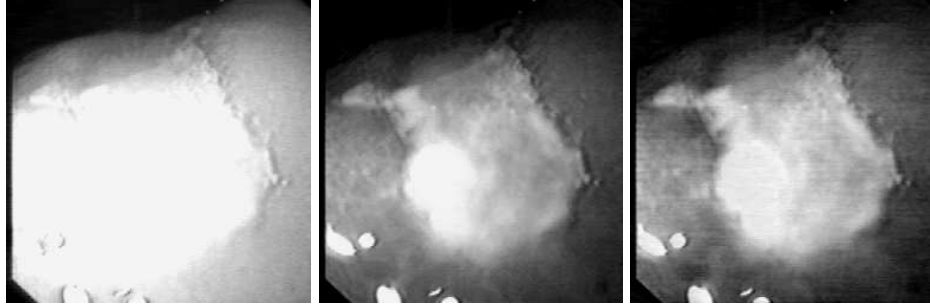
Ausgangspunkt der Untersuchungen waren 18 Farbbilder von 6 verschiedenen Krankheitsfällen. Abhängig von Weißabgleich, Empfindlichkeit und sonstigen Einstellungen der Digitalisierereinrichtung fallen die einzelnen Farbkanäle unterschiedlich aus (vgl. Abbildung 2).

Mit der bekannten Definition des Sobel-Operators können Approximationen der partiellen Ableitungen der Bildfunktion gebildet werden (Gleichung 4,5). Dazu werden Differenzen  $S$  von je zwei Bildpunkten  $f(x_i, y_i)$  einer Nachbarschaft errechnet und gewichtet.

$$d_{x,y}^{(h)} = S(f_{x-1,y-1}, f_{x+1,y-1}) + 2S(f_{x-1,y}, f_{x+1,y}) + S(f_{x-1,y+1}, f_{x+1,y+1}) \quad (4)$$

$$d_{x,y}^{(v)} = S(f_{x-1,y-1}, f_{x-1,y+1}) + 2S(f_{x,y-1}, f_{x,y+1}) + S(f_{x+1,y-1}, f_{x+1,y+1}) \quad (5)$$

Kantenstärke und Kantenrichtung der Pixel im Kantenbild ergeben sich aus  $d^{(h)}$  und  $d^{(v)}$ . Für Farbpixel  $f_1 = (r_1, g_1, b_1)$  und  $f_2 = (r_2, g_2, b_2)$  muß dazu ein



**Abbildung 2.** Farbbild zerlegt in seine drei Farbkanäle.

Abstandsmaß definiert werden. Wegen der unterschiedlichen Informationsdichte in den einzelnen Farbkanälen wurde eine Gewichtung  $(\beta_R, \beta_G, \beta_B) = (1, 1, 4)$  der einzelnen Kanäle durchgeführt und die folgende Differenz verwendet:

$$S(f_1, f_2) = (\beta_R * (r_1 - r_2)^2 + \beta_G * (g_1 - g_2)^2 + \beta_B * (b_1 - b_2)^2)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

Abbildung 3 (a) zeigt das Ergebnis des Farbsobeloperators. Alle untersuchten Verfahren zur Kantendetektion erkennen neben den Geschwürkanten noch sehr viele weitere Kanten, die nur aus einer Oberflächenstruktur stammen [Len92]. Zur Berechnung der fraktalen Dimension muß daher die Berechnungsfläche auf die wesentlichen Kanten begrenzt werden.

## 4 Ellipsen und Geschwüre

Die praktische Erfahrung zeigt, daß sich Geschwüre durch eine mehr oder weniger große Ellipse annähern lassen. Zeichnet man in das Bild zwei Ellipsen mit einem größeren und einem kleineren Radius ein, dann kann man die meisten Kanten des Geschwürs mit einem *Ellipsenschlauch* abdecken. Ein oft benutztes Verfahren, um in verrauschten Bildern Gebilde wie Kreise, Ellipsen oder Geraden zu erkennen ist die *Hough-Transformation* [Nie90]. Mit der *inversen Hough-Transformation* [Hor93] ist es möglich, einzelne Ellipsen im Bild ohne aufwendige Suche im Parameterraum zu finden (s.a. [Ros9e]):

In einem Kantenbild des verwendeten objektorientierten Bildverarbeitungssystems *ἵππος* ([Pau92]) sind in jedem Punkt die Kantenstärke und Kantenrichtung bekannt. Mit Kenntnis der Kantenrichtung kann man Geraden  $y = a_i x + b_i$  senkrecht zur Kantenrichtung assoziieren (parallel zum Gradienten). Betrachtet man nun ein ellipsenförmiges Objekt, so schneiden sich diese Geraden in einem Bereich, in dem der Schwerpunkt des Objekts liegt. Diese Geraden entsprechen im Parameterraum  $(a, b)$  jeweils einem Punkt. Der Schwerpunkt der Ellipse läßt

sich approximativ mit Hilfe einer Ausgleichsgerade durch diese Punkte im Parameterraum bestimmen. Steigung  $-x$  und Abschnitt  $y$  der Ausgleichsgerade berechnen sich nach Gleichung 7.

$$x = \frac{\sum a_i b_i * n - \sum a_i * \sum b_i}{\sum a_i^2 * n - \sum a_i * \sum a_i} \quad y = \frac{\sum a_i^2 * \sum b_i - \sum a_i * \sum a_i b_i}{\sum a_i^2 * n - \sum a_i * \sum a_i} \quad (7)$$

Durch Rückkehr in den Bildraum bekommt man mit den gefundenen Werten  $x$  und  $y$  die Koordinaten des Schwerpunkts eines Objekts, und damit — innerhalb der hier betrachteten Anwendung — den Schwerpunkt eines Geschwürs.

Brennpunkte und Radius der Ellipse werden unter Verwendung einiger Heuristiken errechnet. Dazu wird der Koordinatenursprung in den berechneten Schwerpunkt der Ellipse verschoben. Für alle Kanten in den Quadranten eins und drei wird die Ausgleichsgerade im Parameterraum nach obigem Verfahren berechnet; im Bildraum werden so zwei Punkte ermittelt. Der mit der Kantenanzahl gewichtete Mittelwert dieser zwei Punkte ergibt einen Brennpunkt. Der zweite Brennpunkt entsteht durch Spiegelung am Schwerpunkt. Die Halbradien ergeben sich durch Mittelung der Abstände aller Kantenpunkte zu den Brennpunkten. Weitere Heuristiken finden sich in [Hor93].

## 5 Fraktale Dimension der Kontur im Kettencode

Nach dem obigen Verfahren werden nun der Mittelpunkt und eine Näherungselipse für das Geschwür berechnet. Daraus werden zwei Ellipsen ermittelt, deren Radien gegenüber der errechneten Ellipse vergrößert, bzw. verkleinert werden. Die Kontur des Geschwürs wird nun innerhalb des Raumes zwischen diesen beiden Ellipsen angenommen. Dazu wird die Bildinformation zwischen den beiden Ellipsen aus dem Kantenbild herausgeschnitten (Abbildung 3 (b)).

Im maskierten Kantenbild erfolgt eine Kantenverfolgung mit Standardverfahren; als Ergebnis entsteht ein *Segmentierungsobjekt* (Abbildung 3 (a), [Pau92]) bestehend aus Linien im Kettencode. Von jedem der kleinen Segmentstücke im Segmentierungsobjekt ist die fraktale Dimension zu bestimmen und festzuhalten. Die gesamte fraktale Dimension ist dann der Mittelwert über die Dimensionen aller Kettenstücke.

Auf den sehr kurzen Ketten lieferte diese Verfahren Werte unter Eins (Abbildung 4 (a)). Dieses Verfahren verlangt jedoch sehr viel längere Ketten. So sind die kurzen Kettenstücke aufgrund ihrer Dimension eher als Staub (*Cantor-Staub*) als als Linien anzusehen. Die Schwierigkeiten liegen allerdings auch in der Art des Bildes selbst. Die feineren, tatsächlich vorhandenen Fransen kommen auf den Bildern nicht deutlich genug heraus. Dies liegt beispielsweise an den feuchten, glänzenden Magen- und Darmwänden, die die Kontur der Geschwüre verwischen. Daher wurde das im folgenden vorgestellte Verfahren zur Bestimmung der fraktalen Dimension untersucht.

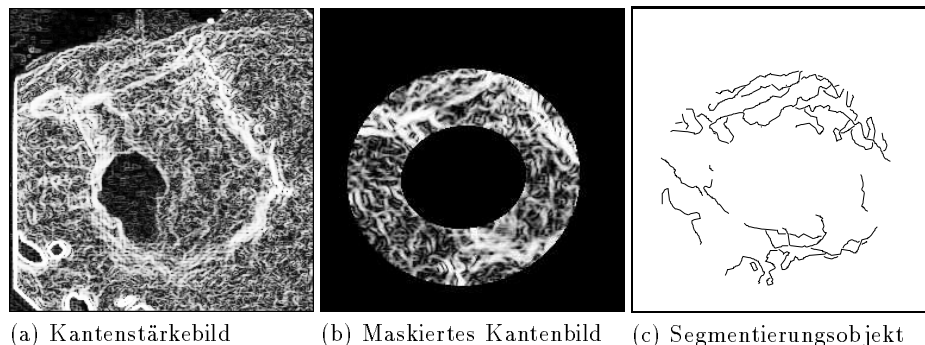


Abbildung 3. Liniensuche im maskierten Kantenbild (Dimension 0.6725)

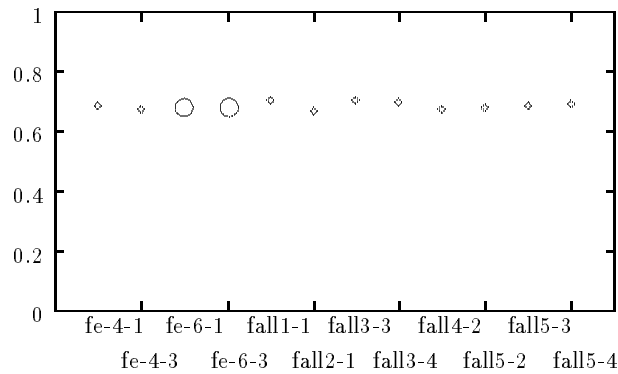
## 6 Fraktale Massendimension des Geschwürs

Die Berechnungsfläche für die fraktale Dimension ebenfalls nach dem Verfahren der Massendimension kann nach dem oben beschriebenen Verfahren auf einen Ellipsenschlauch beschränkt werden. Diese Dimension kann dann alternativ auch auf dem gesamten Bild berechnet werden. Zunächst wird aus dem Farbbild ein Grauwertbild errechnet. Dann wird die fraktale Massendimension für jedes Pixel in der Berechnungsfläche ermittelt. Um jedes Pixel wird dazu ein Würfel mit expandierender Größe gelegt, wobei als dritte Dimension die Intensität genommen wird. Innerhalb des Würfels wird dann die Anzahl der benachbarten Pixel ausgezählt. Dieser Vorgang wird für verschiedene Kantenlängen des Würfels wiederholt. Die Werte werden wiederum in ein doppelt logarithmisches Koordinatensystem aufgetragen. Die Steigung der Ausgleichsgeraden ist die gesuchte fraktale Dimension in dem aktuellen Bildpunkt. Die gesamte fraktale Dimension ist der Mittelwert über die fraktalen Dimensionen der einzelnen Pixel. Das Ergebnis ist dann ein Zahlwert, der zwischen 1.6 und 2.3 liegt. Dieser Wertebereich wurde auch in [Mog89] auf Testoberflächen gemessen.

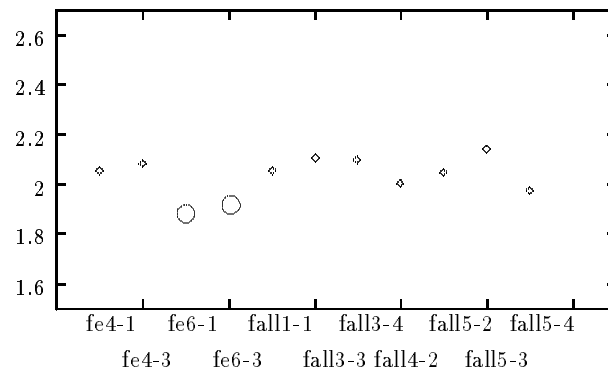
## 7 Ergebnisse und Diskussion

Aufgrund des vorliegenden Bildmaterials läßt sich noch keine endgültige Aussage über die fraktale Dimension der Kontur endoskopische ermittelter Farbbilder von Geschwüren treffen. Die Ergebnisse ermutigen jedoch zu weiteren Untersuchungen.

Die Berechnung der fraktalen Dimension aus den Kettencodes des Ellipsenbildes hat nicht die erwarteten Werte gebracht. Die Werte lagen nicht wie erwartet zwischen Eins und Zwei sondern waren durchweg kleiner als Eins (Abbildung 4 (a)). Auch die Interpretation der Werte als Stäube, die eine fraktale Dimension zwischen Null und Eins haben, zeigte keinen signifikanten Unterschied zwischen den einzelnen Bildern. Der einzige bösartige Fall, die Bilder mit



(a) Box-Dimension



(b) Massendimension

**Abbildung 4.** Messungen der fraktalen Dimension.  $\circ$  bösartiger,  $\diamond$  gutartiger Fall

der Bezeichnung “fe-6”, lieferte ähnliche Werte, wie die Fälle, in denen es sich bei dem Geschwür um ein harmloses Ulcus handelt. In Abbildung 4 (a) ist die Gleichmäßigkeit der Werte deutlich zu sehen. Eine Verlängerung der Kettencodesegmente durch Aneinanderhängen der kurzen Liniensegmente hat ebenfalls keine verbesserten Werte bewirkt.

Diese Ergebnisse haben die Berechnung der fraktalen Dimension nach dem Verfahren der Massendimension motiviert. Die Kontur wurde nur noch insoweit berücksichtigt, als in einem Vorschritt die Geschwürkanten durch eine elliptische Approximation herausgeschnitten wurden. Im Gegensatz zu der Gitter-Zählmethode, wurden bei der Ermittlung der Massendimension die Erwartungen an die Größe der Werte erfüllt. Wie aus Abbildung 4 (b) ersichtlich ist, fallen lediglich



die Werte des bösartigen Falls  $fe-6-1$  beziehungsweise  $fe-6-3$  geringfügig aus der Reihe. Dies werten wir als Indiz dafür, daß eine Unterscheidung in gut- und bösartige Geschwüre möglich ist. Allerdings wurden für das maligne Karzinom *höhere* Werte erwartet. Anhand einer größeren Stichprobe sollen nun statistisch aussagekräftige Werte ermittelt werden.

## Literatur

- [Dem92] L. Demling: *Fractals in Endoscopy*, *Endoscopy*, Bd. 24, Nr. 6, 1992, S. 590–591.
- [Hoe92] S. Hofer, R. Kumaresan, W. Ohley: *Fractal dimension in the analysis of medical images*, *IEEE Engineering in medicine and biology*, Bd. 11, Nr. 2, June 1992.
- [Hor93] J. Hornegger, D. W. R. Paulus: *Detecting Elliptic Objects Using Inverse Hough-Transform*, in G. Vernazza, A. N. Venetsanopoulos, C. Braccini (Hrsg.): *Image Processing: Theory and Applications*, Elsevier, 1993, S. 155–158, Proceedings of the IPTA '93.
- [Lau89] H. Lauwierer: *Fraktale verstehen und selbst programmieren*, Wittig-Fachbuchverlag, Hückelhoven, 1989.
- [Len92] C. Lenz: *Fraktale Dimension der Kontur endoskopisch ermittelter Farbbilder von Geschwüren*, Diplomarbeit, Lehrstuhl für Mustererkennung (Informatik 5), Universität Erlangen-Nürnberg, Erlangen, 1992.
- [Man83] B. B. Mandelbrot: *The fractal geometry of nature*, Freeman, New York, 1983.
- [Mog89] B. Moghaddam: *Local Fractal Dimension Operators and Relaxation Techniques for Image Segmentation*, Georg Mason University, Fairfax, Virginia, 1989, Master Thesis.
- [Nie90] H. Niemann: *Pattern Analysis and Understanding*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1990.
- [Nie93] J. Nievergelt, P. Schorn: *Numerik des Chaos oder Chaos der Numerik?*, *Informatik Spektrum*, Bd. 16, Nr. 5, 1993, S. 39–41.
- [Pau92] D. W. R. Paulus: *Objektorientierte und wissensbasierte Bildverarbeitung*, Vieweg, Braunschweig, 1992.
- [Pau93] D. Paulus, H. Niemann, C. Lenz, L. Demling, C. Ell: *Fraktale Dimension der Kontur endoskopisch ermittelter Farbbilder von Geschwüren des Magens*, in S. J. Pöpl, H. Handels (Hrsg.): *Mustererkennung 1993*, Springer, Berlin, 1993, S. 448–491.
- [Pei88] H. O. Peitgen, H. Jürgens: *Fraktale: Gezähmtes Chaos*, Siemens Stiftung, München, 1988.
- [Pei91] H. O. Peitgen, H. Jürgens, D. Saupe: *Fractals For The Classroom*, Springer-Verlag, 1991.
- [Ros9e] P. Rosin: *Ellipse fitting by accumulative five-point fits*, *Pattern Recognition Letters*, Bd. 14, Nr. 8, 199e, S. 661–670.
- [Sch92] H. E. Schepers, J. H. G. M. van Beek: *Four Methods to estimate the fractal Dimension from self-affine signals*, *IEEE Engineering in Medicine and Biology*, Bd. 11, Nr. 2, 1992, S. 57–64.

This page left for the famous style note